Imposto progressivo

Eduardo Colli

Neste texto, falaremos um pouco sobre uma modalidade de tributação dos salários, adotada no Brasil, que é o Imposto de Renda com tabela progressiva. Nosso intuito é apenas explicar o funcionamento desse imposto e dissecar os conceitos matemáticos que estão por trás dele. Não trataremos das vantagens ou desvantagens econômicas e práticas em adotá-lo, deixando essa questão para os economistas e tributaristas. Com isso, além de esclarecer pequenas confusões que surgem sobre o assunto, teremos um exemplo de aplicação do conteúdo matemático dos ensinos fundamental e médio.

Num Imposto de Renda homogêneo, a percentagem do salário bruto paga ao governo é sempre a mesma, por exemplo, 20%. Isso significa que quem ganha 1000 paga 200 e quem ganha 5000 paga 1000. Portanto, quem ganha mais paga mais.

Essa frase, “quem ganha mais paga mais”, aparece justamente no noticiário quando se discute o imposto progressivo, mas não é exclusividade desse tipo de imposto. No imposto progressivo é mais correto falar “quem ganha mais paga percentualmente mais”: não apenas mais dinheiro mas *uma fatia maior de seu salário*.

O imposto progressivo é fixado por faixas salariais, como mostra a tabela abaixo com dados fictícios, a título de exemplo (ignoraremos os centavos para facilitar).

0 - 1000	0%
1001 - 2500	15%
2501 - 4000	25%
4001 -	35%

A um desavisado, a tabela é no mínimo esquisita. Parece que é melhor ter um salário de 1000 do que um de 1100, pois o primeiro vem inteirinho, sem nenhum imposto, e no segundo há que se pagar 15%, isto é, 165, restando apenas 935.

Bom, ainda bem que não é asim, pois senão o ganho líquido (isto é, o salário menos o imposto) sofreria uma queda a cada transição de faixa salarial!

A maneira correta de interpretar a tabela é a seguinte. Separa-se o salário ganho nas faixas indicadas, até atingir seu valor. Com um exemplo, ficará mais claro. Suponhamos que Fulano ganhe 4700 (bom, né?). Então

$$\begin{array}{ccccccccc} & & 0\% & & 15\% & & 25\% & & 35\% \\ 4700 & = & 1000 & + & 1500 & + & 1500 & + & 700, \end{array}$$

onde sobre cada faixa salarial incide o imposto correspondente. Os valores de cada parcela são a diferença entre o maior e o menor valor de cada faixa. Nesse exemplo, o imposto total será a soma de 0% de 1000 (= 0) com 15% de 1500 (= 225) com 25% de 1500 (= 375) com 35% de 700 (= 245), o que totaliza 845. Observe que o imposto pago pelos 700 acima de 4000 foi maior do que o imposto pago pelos 1500 entre 1000 e 2500.

Quanto ao salário de 1100 comentado acima, a perda não está tão grande: o imposto de 15% incide apenas sobre os 100 que excedem 1000, totalizando 15. Assim, o salário líquido é de 1085, efetivamente melhor que os 1000 livres de imposto.

Imposto pago em função do salário

Do que foi dito acima, existe uma regra para se calcular o imposto pago em função do salário. Ora, estamos então lidando com um exemplo de *função*! Se chamarmos de S o salário e I o valor pago de imposto (valor em dinheiro, não em percentagem), poderemos encontrar a função $I(S)$.

Acontece que a regra para se calcular o imposto pago depende da faixa salarial. Por exemplo, se o salário S é menor ou igual a 1000 então $I = 0$.

Já, se S está entre 1001 e 2500, então a regra é a seguinte: subtrai-se 1000 de S, correspondente à parte isenta, e calcula-se 15% sobre o restante. Lembrando que 15% de um valor qualquer é 0,15 vezes esse valor, temos um imposto pago

$$I = 0{,}15.(S - 1000).$$

Na faixa salarial seguinte, quer dizer, para

$$2501 \le S \le 4000,$$

a regra é: isentar os primeiros 1000, taxar os 1500 seguintes em 15% e taxar com 25% o que exceder 2500. Então

$$I = 0{,}15.1500 + 0{,}25.(S - 2500).$$

Para a última faixa salarial, a regra dá

$$I = 0{,}15.1500 + 0{,}25.1500 + 0{,}35.(S - 4000).$$

Em resumo, a função $I(S)$ é dada por

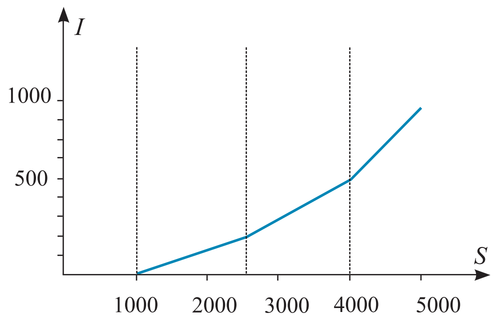
$$I(S) = \begin{cases} 0 \text{ se } S \leq 1000 \\ 0{,}15.(S - 1000) \text{ se } 1001 \leq S \leq 2500 \\ 0{,}15.1500 + 0{,}25.(S - 2500) \text{ se } 2501 \leq S \leq 4000 \\ 0{,}15.1500 + 0{,}25.1500 + 0{,}35.(S - 4000) \text{ se } 4001 \leq S \end{cases}$$

Evidentemente é mais prático lidar com simplificações dessas expressões. Assim,

$$I(S) = \begin{cases} 0 \text{ se } S \leq 1000 \\ 0{,}15.S - 150 \text{ se } 1001 \leq S \leq 2500 \\ 0{,}25.S - 400 \text{ se } 2501 \leq S \leq 4000 \\ 0{,}35.S - 800 \text{ se } 4001 \leq S \end{cases}$$

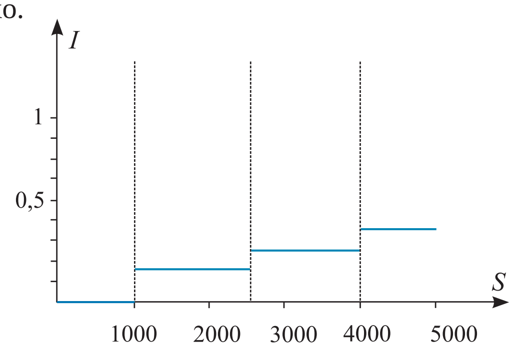
Essa forma mais simples de escrever sugere também outra forma de pensar o imposto: aplica-se a porcentagem da faixa salarial à qual pertence S integralmente e depois desconta-se um valor fixo, que depende também da faixa. Por exemplo, no salário de 4700 incidira imposto de 35%, que daria um total de $0{,}35.4700 = 1645$, mas daí descontam-se os 800 dessa faixa, ficando 845.

Observe que em cada trecho o gráfico de $I(S)$ é uma reta, mas cada uma com uma inclinação diferente. As retas se "emendam" no gráfico, bastando ver que nos salários de transição 1000, 2500 e 4000 podemos usar tanto a fórmula da faixa salarial imediatamente inferior, como a fórmula da faixa salarial imediatamente superior. A seguir mostramos o gráfico de $I(S)$ (note que a abscissa e a ordenada não estão em escala).



Interpretação geométrica da função $I(S)$

Embora o procedimento e o gráfico sejam claros, vale a pena observar que $I(S)$ tem uma interpretação geométrica interessante. Para chegar a ela, temos que trabalhar com os valores da tabela original de imposto na forma de um gráfico. Chamaremos de P o percentual de imposto da faixa salarial à qual S pertence, dividindo por 100. Por exemplo, se S é 1500, então ele pertence à faixa salarial onde incide imposto de 15%, portanto $P = 0{,}15$. Trata-se também de uma função, a função $P(S)$, mostrada no gráfico abaixo.



Agora constataremos com um exemplo que $I(S)$ é a área sob o gráfico de $P(S)$ de 0 a S. Deixamos ao leitor se convencer de que isso vale em geral. Suponha que $S = 4500$. Então, a área sob $P(S)$ até 4500 é a soma da área do retângulo de lados 1500 e 0,15 mais a área do retângulo de lados 1500 e 0,25 mais a área do retângulo de lados 500 e 0,35. Essa soma corresponde exatamente à maneira como se calcula $I(S)$.

Por outro lado, conhecendo a função I (através de seu gráfico, por exemplo), podemos saber quem é P. Basta ver que $P(S)$ é a inclinação do gráfico da função I em S.

Percentual efetivo

Para encerrar a discussão, podemos olhar o imposto pago de outro ponto de vista. Qual é efetivamente a fatia do salário paga em imposto, se o valor de salário é S?

Por exemplo, quem ganha 1500 paga 0,15.500 = 75 de imposto, e isso representa a fração $\frac{75}{1500} = 0,05,$

isto é, 5% do salário. Mesmo quem está no topo dessa faixa salarial não paga efetivamente 15%, pois, se S = 2500, então o imposto pago é 0,15.1500 = 225, que representa 9% do salário total.

Faz sentido portanto definir a função $E(S)$, que é a fração do salário paga em imposto. Evidentemente, $E(S) = \frac{I(S)}{S}$,

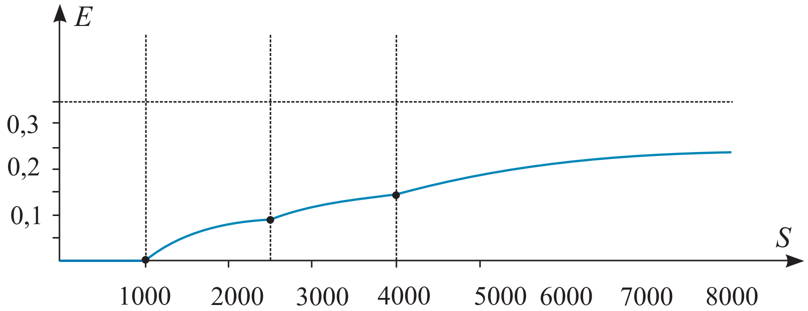
ou seja, $E(S)$ é o valor do imposto dividido pelo valor do salário.

Podemos fazer o gráfico de $E(S)$, mas vale antes discutir alguns casos especiais. Na faixa de inserção $S \leq 1000$, nenhum imposto é pago, logo $E(S) = 0$. À medida que se aumenta S, a fração paga em imposto aumenta, mas nunca é maior do que 35%. Na verdade, quanto mais alto o salário menos significante fica a fatia em que incidem os percentuais de 0%, 15% e 25%, pois em praticamente todo o salário incide a taxa máxima de 35%. Então, $E(S)$ se aproxima de 0,35 à medida que S aumenta.

A expressão explícita de $E(S)$ sai da expressão de $I(S)$ dividida por S e mais uma vez temos uma fórmula para cada faixa:

$$E(S) = \begin{cases} 0 \text{ se } S \leq 1000 \\ 0,15 - \dfrac{150}{S} \text{ se } 1001 \leq S \leq 2500 \\ 0,25 - \dfrac{400}{S} \text{ se } 2501 \leq S \leq 4000 \\ 0,35 - \dfrac{800}{S} \text{ se } 4001 \leq S \end{cases}$$

Podemos esboçar o gráfico de $E(S)$ calculando seus valores em vários pontos e depois ligando-os por meio de uma curva. Deve-se atentar que o gráfico é suave no meio das faixas salariais, e tem pequenas “pontas” nas transições, onde muda a fórmula. Abaixo vemos um esboço do que deve ser esse gráfico.



A linha assintótica de 0,35 está indicada, mas é preciso um salário muito alto para se chegar em um imposto efetivo perto dessa marca. Mesmo para $S = 8\,000$, o imposto efetivo é 0,25 (isto é, 25%), e para chegar a um imposto de 30% é preciso que

$$0{,}35 - \frac{800}{S} = 0{,}30;$$

o que dá $S = 16\,000$.

Em cada faixa do gráfico vemos um pedaço de uma função do tipo $a - \dfrac{b}{S}$, com a, $b > 0$. Para entender melhor essa função podemos vê-la como uma composição: $\dfrac{1}{S}$ é uma função positiva, decrescente e assintótica a zero, para $S > 0$, logo $-\dfrac{1}{S}$ é negativa, crescente e assintótica a zero. Multiplicar por um fator b positivo só faz amplificar a ordenada por esse mesmo fator e, finalmente, somar a positivo faz o gráfico todo subir esse mesmo valor.